

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение математики МАН

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

2. Петя написал на доске пример на умножение двузначных чисел, а затем стёр все цифры и заменил их буквами. Получилось равенство:

$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{mnopkt}.$$

Докажите, что он ошибся.

3. Можно ли на листочке в клеточку с помощью линейки без делений, которой можно проводить только прямую линию между двумя узлами (вершинами клеток), нарисовать квадрат, который имеет площадь 50 клеточек (ответ обоснуйте)?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Разрежьте прямоугольный треугольник с углом 30° на три равнобедренных не остроугольных треугольника, среди которых нет одинаковых (подайте решение на рисунке, по которому опишите углы полученных треугольников).

5. Найдите все решения уравнения

$$(y(x - 1))^2 + (x - 1)^2 + y^2 + 1 - 4y|x - 1| = 0.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення математики МАН

9 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

2. Петрик написав на дошці приклад на добуток двозначних чисел, а потім витер усі цифри і замінив їх літерами. Вийшла рівність:

$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{mnopkt}.$$

Доведіть, що він помилився.

3. Чи можна на папері в клітиночку за допомогою лінійки без поділок, якою можна проводити тільки пряму лінію між двома вузлами (вершинами клітинок), намалювати квадрат, що має площу 50 клітинок (відповідь обґрунтуйте)?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Розріжте прямокутний трикутник з кутом 30° на три рівнобедрені не гострокутні трикутники, серед яких немає однакових (подайте розв'язання на рисунку, за яким опишіть кути отриманих трикутників).

5. Знайдіть усі розв'язки рівняння

$$(y(x - 1))^2 + (x - 1)^2 + y^2 + 1 - 4y|x - 1| = 0.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение математики МАН

9 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Квадратное поле огорожено дощатым забором, который сколочен из 10-метровых досок, расположенных горизонтально. Высота забора равна четырём доскам. Известно, что число досок в заборе равно площади поля, выраженной в гектарах ($1 \text{ га} = 10000 \text{ м}^2$). Определите размеры поля.
7. Найдите все значения параметра a^3 , при которых строго между двумя корнями уравнения $ax^2 + x + 2a^2 = 0$ находится ровно один корень уравнения $ax^2 + 2x - 2a^2 = 0$ и строго между двумя корнями второго уравнения находится ровно один корень первого уравнения.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення математики МАН

9 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. Квадратне поле огорожено дощатым забором, який сколочено з 10-метрових дошок, що розташовані горизонтально. Висота огорожі дорівнює чотирьом дошкам. Відомо, що число дошок у заборі дорівнює площі поля, яка виражена у гектарах ($1 \text{ га} = 10000 \text{ м}^2$). Визначте розміри поля.
7. Знайдіть усі значення параметра a^3 , при яких строго між двома коренями рівняння $ax^2 + x + 2a^2 = 0$ міститься рівно один корінь рівняння $ax^2 + 2x - 2a^2 = 0$ і строго між двома коренями другого рівняння міститься рівно один корінь першого рівняння.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение математики МАН

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

2. Найдите два таких простых числа, что их сумма, и их разность – тоже простые числа.
3. Куб покрасили со всех сторон и распилили на равные кубики. Оказалось, что кубиков, у которых окрашена ровно одна грань, столько же, сколько неокрашенных кубиков. На сколько кубиков распилили куб?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Постройте график

$$\sin \frac{\pi y}{x} = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1} + \frac{(x - 1)^2}{1 - x}.$$

5. Используя листик в клеточку, вычислите $\arctg 1 + \arctg 2 + \arctg 3$ (арктангенсом числа x , т.е. $\arctg x$, называется такое значение угла α , выраженное в радианах, для которого $\operatorname{tg} \alpha = x$ и $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$).

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення математики МАН

10 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

2. Знайдіть два простих числа, щоби їхня сума, та їхня різниця – теж були прості числа.
3. Куб пофарбували з усіх боків і розпиляли на рівні кубики. Виявилось, що кубиків, у яких пофарбована рівно одна грань, стільки ж скільки не пофарбованих кубиків. На скільки кубиків розпиляли куб?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Побудуйте графік

$$\sin \frac{\pi y}{x} = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1} + \frac{(x - 1)^2}{1 - x}.$$

5. Застосовуючи аркуш у клітиночку, обчисліть $\arctg 1 + \arctg 2 + \arctg 3$ (арктангенсом числа x , тобто $\arctg x$, називається таке значення кута α , яке виражається в радіанах, для якого $\operatorname{tg} \alpha = x$ та $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$).

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение математики МАН

10 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На сторонах AB , BC и CA равнобедренного треугольника ABC с вершиной в точке B отметили точки M , D и N соответственно таким образом, что $AM = 2DC$ и $\angle AMD = \angle NDC$. Докажите, что $MD = ND$.

7. Найдите наименьшее значение функции, не применяя методы математического анализа (производную функции)

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(b-x)^2 + c^2}, \quad \text{где } a > 0, b > 0, c > 0.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення математики МАН

10 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На сторонах AB , BC та CA рівнобедреного трикутника ABC з вершиною в точці B відмітили точки M , D та N відповідно таким чином, що $AM = 2DC$ та $\angle AMD = \angle NDC$. Доведіть, що $MD = ND$.

7. Знайдіть найменше значення функції, не застосовуючи методи математичного аналізу (похідну функції)

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(b-x)^2 + c^2}, \quad \text{де } a > 0, b > 0, c > 0.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение математики МАН

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

2. Дети в садике за один день съедают столько же яблок, сколько и груш. Найти отношение количества мальчиков к количеству девочек в этом садике, если известно, что каждый мальчик съедает за день 3 яблока и 2 груши, а каждая девочка – 1 яблоко и 3 груши.
3. Представьте, что у вас есть почти идеальной формы арбуз. Как можно его разрезать на две равные по объёму части таким образом, чтобы после того, как его съедят, осталось 3 корки (подайте решение в виде рисунка с пояснением выполнения условия равенства объёмов двух частей)?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Постройте график функции

$$y = \frac{2}{\pi} \lim_{n \rightarrow \infty} \arctg nx .$$

5. С помощью трёх пятаков найдите центр окружности, диаметр которой равен диаметру пятака. Разрешается прикладывать пятак к двум имеющимся точкам или один пятак к двум другим и обводить его карандашом (на рисунке опишите ход построения и приведите доказательство того, что построенная точка действительно является искомой).

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення математики МАН

11 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

2. Діти у садочку за один день з'їдають стільки ж яблук, скільки і груш. Знайти відношення кількості хлопчиків до кількості дівчат у цьому садочку, якщо відомо, що кожен хлопчик з'їдає за день 3 яблука і 2 груши, а кожна дівчинка – 1 яблуко і 3 груши.
3. Уявіть, що у вас є майже ідеальної форми кавун. Як можна його розрізати на дві рівні за об'ємом частини таким чином, щоб після того, як його з'їдять, залишилось 3 корки (подайте розв'язання у вигляді рисунка з поясненням виконання умови рівності об'ємів двох частин)?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Побудуйте графік функції

$$y = \frac{2}{\pi} \lim_{n \rightarrow \infty} \arctg nx .$$

5. За допомогою трьох п'ятаків знайдіть центр кола, діаметр якого дорівнює діаметру п'ятака. Дозволяється прикладати п'ятак до двох наявних точок або один п'ятак до двох інших та обводити його олівцем (на рисунку опишіть хід побудови і наведіть доведення того, що побудована точка є дійсно шуканою).

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение математики МАН

11 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На сторонах AD и BC прямоугольника $ABCD$ выбрано точки M , N и P , Q соответственно таким образом, что $AM = MN = ND = BP = PQ = QC$. На отрезке QC выбрана точка X , отличная от концов отрезка. Докажите, что периметр $\triangle ANX$ больше периметра $\triangle MDX$.
7. При каких значениях параметра a уравнение имеет один корень:

$$\log_2(\sqrt{2x^2 + 2y^2 - z + 1}) + |\arcsin(3x + 3y - z - a)| = 0 ?$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення математики МАН

11 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На сторонах AD та BC прямокутника $ABCD$ вибрано точки M , N та P , Q відповідно таким чином, що $AM = MN = ND = BP = PQ = QC$. На відрітку QC вибрана точка X , відмінна від кінців відрітку. Доведіть, що периметр $\triangle ANX$ більше від периметра $\triangle MDX$.
7. При яких значеннях параметра a рівняння має один корінь:

$$\log_2(\sqrt{2x^2 + 2y^2 - z + 1}) + |\arcsin(3x + 3y - z - a)| = 0 ?$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение экономики МАН

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

2. Петя написал на доске пример на умножение двузначных чисел, а затем стёр все цифры и заменил их буквами. Получилось равенство:

$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{mnpkt}.$$

Докажите, что он ошибся.

3. Можно ли на листочке в клеточку с помощью линейки без делений, которой можно проводить только прямую линию между двумя узлами (вершинами клеток), нарисовать квадрат, который имеет площадь 50 клеточек (ответ обоснуйте)?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. В школе 400 учащихся ежедневно покупают завтрак, стоимость которого 30 гривен. Если столовая поднимет цену на завтрак, то повышение на каждые 5 гривен приведёт к тому, что 10 школьников начнут носить завтрак из дома. Если, однако, цена станет выше 100 гривен, то никто из учащихся не будет завтракать в столовой. Когда цена была поднята, столовая получила за день на 3200 гривен больше, чем обычно. Сколько школьников перестало покупать завтрак в столовой?

5. На биссектрисе первого координатного угла найти точку, сумма расстояний от которой до точек $A(1; 2)$ и $B(3; 8)$ наименьшая.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення економіки МАН

9 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

2. Петрик написав на дошці приклад на добуток двозначних чисел, а потім витер усі цифри і замінив їх літерами. Вийшла рівність:

$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{mnpkt}.$$

Доведіть, що він помилився.

3. Чи можна на папері в клітиночку за допомогою лінійки без поділок, якою можна проводити тільки пряму лінію між двома вузлами (вершинами клітинок), намалювати квадрат, що має площу 50 клітинок (відповідь обґрунтуйте)?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. У школі 400 учнів кожного дня купують сніданок, який коштує 30 гривень. Якщо їдальня підніме ціну на сніданок, то підвищення на кожні 5 гривень призведе до того, що 10 школярів почнуть носити сніданки з дому. Якщо ж ціна стане вище 100 гривень, то ніхто з учнів не буде снідати в їдальні. Коли ціну все ж підняли, їдальня отримала за день на 3200 гривень більше, ніж зазвичай. Скільки школярів перестало купувати сніданок у їдальні?

5. На бісектрисі першого координатного кута знайти точку, сума відстаней від якої до точок $A(1; 2)$ та $B(3; 8)$ найменша.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение экономики МАН
9 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Квадратное поле огорожено дощатым забором, который сколочен из 10-метровых досок, расположенных горизонтально. Высота забора равна четырём доскам. Известно, что число досок в заборе равно площади поля, выраженной в гектарах (1 га = 10000 м²). Определите размеры поля.
7. Найдите все значения параметра a^3 , при которых строго между двумя корнями уравнения $ax^2 + x + 2a^2 = 0$ находится ровно один корень уравнения $ax^2 + 2x - 2a^2 = 0$ и строго между двумя корнями второго уравнения находится ровно один корень первого уравнения.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення економіки МАН
9 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. Квадратне поле огорожено дощатым забором, який сколочено з 10-метрових дощок, що розташовані горизонтально. Висота огорожі дорівнює чотирьом дошкам. Відомо, що число дощок у заборі дорівнює площі поля, яка виражена у гектарах (1 га = 10000 м²). Визначте розміри поля.
7. Знайдіть усі значення параметра a^3 , при яких строго між двома коренями рівняння $ax^2 + x + 2a^2 = 0$ міститься рівно один корінь рівняння $ax^2 + 2x - 2a^2 = 0$ і строго між двома коренями другого рівняння міститься рівно один корінь першого рівняння.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение экономики МАН
10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

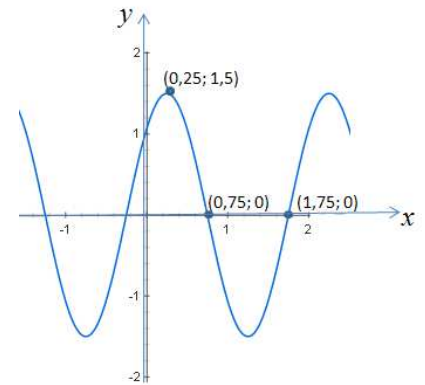
$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

- Найдите два таких простых числа, что их сумма, и их разность – тоже простые числа.
- Куб покрасили со всех сторон и распилили на равные кубики. Оказалось, что кубиков, у которых окрашена ровно одна грань, столько же, сколько неокрашенных кубиков. На сколько кубиков распилили куб?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

- Три фирмы *A*, *B* и *C* решили совместно построить дорогу длиной 16 км, договорившись финансировать этот проект поровну. В итоге, фирма *A* построила 6 км дороги, фирма *B* построила 10 км, а фирма *C* внесла свою долю деньгами – 16 миллионов гривен. Каким образом фирмы *A* и *B* должны разделить эти деньги между собой?
- Функцию, график которой представлен на рисунке справа, задайте аналитически (с помощью формулы).



На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення економіки МАН
10 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

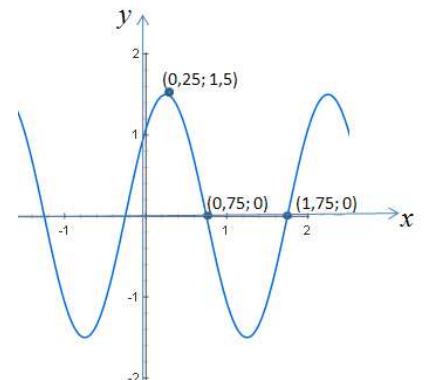
$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

- Знайдіть два простих числа, щоби їхня сума, та їхня різниця – теж були прості числа.
- Куб пофарбували з усіх боків і розпиляли на рівні кубики. Виявилось, що кубиків, у яких пофарбована рівно одна грань, стільки ж скільки не пофарбованих кубиків. На скільки кубиків розпиляли куб?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

- Три фірми *A*, *B* і *C* вирішили спільно побудувати дорогу довжиною 16 км, домовившись фінансувати даний проект порівну. У результаті, фірма *A* побудувала 6 км дороги, фірма *B* побудувала 10 км, а фірма *C* внесла свою частку грошима – 16 мільйонів гривень. Яким чином фірми *A* і *B* мають розділити ці гроші між собою?
- Функцію, графік якої подано на рисунку справа, задайте аналітично (за допомогою формули).



На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение экономики МАН
10 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На сторонах AB , BC и CA равнобедренного треугольника ABC с вершиной в точке B отметили точки M , D и N соответственно таким образом, что $AM = 2DC$ и $\angle AMD = \angle NDC$. Докажите, что $MD = ND$.
7. Найдите наименьшее значение функции, не применяя методы математического анализа (производную функции)

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(b-x)^2 + c^2}, \quad \text{где } a > 0, b > 0, c > 0.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення економіки МАН
10 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На сторонах AB , BC та CA рівнобедреного трикутника ABC з вершиною в точці B відмітили точки M , D та N відповідно таким чином, що $AM = 2DC$ та $\angle AMD = \angle NDC$. Доведіть, що $MD = ND$.
7. Знайдіть найменше значення функції, не застосовуючи методи математичного аналізу (похідну функції)

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(b-x)^2 + c^2}, \quad \text{де } a > 0, b > 0, c > 0.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение экономики МАН

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

2. Дети в садике за один день съедают столько же яблок, сколько и груш. Найти отношение количества мальчиков к количеству девочек в этом садике, если известно, что каждый мальчик съедает за день 3 яблока и 2 груши, а каждая девочка – 1 яблоко и 3 груши.
3. Представьте, что у вас есть почти идеальной формы арбуз. Как можно его разрезать на две равные по объёму части таким образом, чтобы после того, как его съедят, осталось 3 корки (подайте решение в виде рисунка с пояснением выполнения условия равенства объёмов двух частей)?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Найдите $f(x)$, если известно, что $f(x + 1) = x^2 + 2x + 2$.
5. Три фирмы A , B и C решили совместно построить дорогу длиной 16 км, договорившись финансировать этот проект поровну. В итоге, фирма A построила 6 км дороги, фирма B построила 10 км, а фирма C внесла свою долю деньгами – 16 миллионов гривен. Каким образом фирмы A и B должны разделить эти деньги между собой?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення економіки МАН

11 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

2. Діти у садочку за один день з'їдають стільки ж яблук, скільки і груш. Знайти відношення кількості хлопчиків до кількості дівчат у цьому садочку, якщо відомо, що кожен хлопчик з'їдає за день 3 яблука і 2 груши, а кожна дівчинка – 1 яблуко і 3 груши.
3. Уявіть, що у вас є майже ідеальної форми кавун. Як можна його розрізати на дві рівні за об'ємом частини таким чином, щоб після того, як його з'їдять, залишилось 3 корки (подайте розв'язання у вигляді рисунка з поясненням виконання умови рівності об'ємів двох частин)?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Знайдіть $f(x)$, коли відомо, що $f(x + 1) = x^2 + 2x + 2$.
5. Три фірми A , B і C вирішили спільно побудувати дорогу довжиною 16 км, домовившись фінансувати даний проект порівну. У результаті, фірма A побудувала 6 км дороги, фірма B побудувала 10 км, а фірма C внесла свою частку грошима – 16 мільйонів гривень. Яким чином фірми A і B мають розділити ці гроші між собою?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение экономики МАН

11 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На сторонах AD и BC прямоугольника $ABCD$ выбрано точки M , N и P , Q соответственно таким образом, что $AM = MN = ND = BP = PQ = QC$. На отрезке QC выбрана точка X , отличная от концов отрезка. Докажите, что периметр $\triangle ANX$ больше периметра $\triangle MDX$.
7. При каких значениях параметра a уравнение имеет один корень:

$$\log_2(\sqrt{2x^2 + 2y^2 - z + 1}) + |\arcsin(3x + 3y - z - a)| = 0?$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна работа з математики (2019 рік)

Відділення економіки МАН

11 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На сторонах AD та BC прямокутника $ABCD$ вибрано точки M , N та P , Q відповідно таким чином, що $AM = MN = ND = BP = PQ = QC$. На відріжку QC вибрана точка X , відмінна від кінців відріжку. Доведіть, що периметр $\triangle ANX$ більше від периметра $\triangle MDX$.
7. При яких значеннях параметра a рівняння має один корінь:

$$\log_2(\sqrt{2x^2 + 2y^2 - z + 1}) + |\arcsin(3x + 3y - z - a)| = 0?$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение технических наук МАН

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

2. Петя написал на доске пример на умножение двузначных чисел, а затем стёр все цифры и заменил их буквами. Получилось равенство:

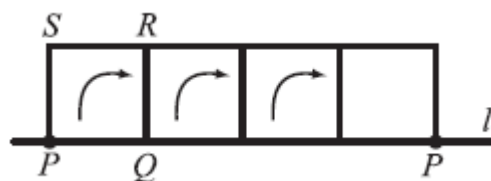
$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{mnpkt}.$$

Докажите, что он ошибся.

3. Можно ли на листочке в клеточку с помощью линейки без делений, которой можно проводить только прямую линию между двумя узлами (вершинами клеток), нарисовать квадрат, который имеет площадь 50 клеточек (ответ обоснуйте)?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Квадрат $PQRS$ со стороной 2 “катится” вдоль прямой l , пока точка P не вернётся на эту прямую. Каждый раз квадрат поворачивается вокруг правой нижней вершины. Какова длина пути, пройденного точкой P ?



5. На складе находятся ящики с гвоздями по 16 кг и 17 кг. Можно ли выдать 100 кг гвоздей, не открывая ящики (ответ обоснуйте)?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення технічних наук МАН

9 клас

I рівень (повне і правильне розв’язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв’яжіть рівняння:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

2. Петрик написав на дошці приклад на добуток двозначних чисел, а потім витер усі цифри і замінив їх літерами. Вийшла рівність:

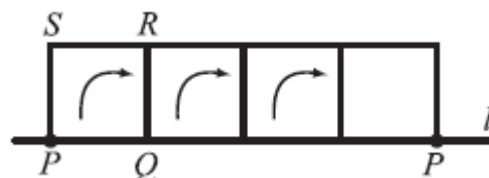
$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{mnpkt}.$$

Доведіть, що він помилився.

3. Чи можна на папері в клітиночку за допомогою лінійки без поділок, якою можна проводити тільки пряму лінію між двома вузлами (вершинами клітинок), намалювати квадрат, що має площу 50 клітинок (відповідь обґрунтуйте)?

II рівень (повне і правильне розв’язання оцінюється у 5 балів)

4. Квадрат $PQRS$ зі стороною 2 “котиться” вздовж прямої l , поки точка P не повернеться на цю ж пряму. Кожен раз квадрат повертається навколо правої нижньої вершини. Яка довжина шляху, що пройде точка P ?



5. На складі знаходяться ящики із цвяхами по 16 кг і 17 кг. Чи можна видати 100 кг цвяхів, не відкриваючи ящиків (відповідь обґрунтуйте)?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв’язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение технических наук МАН

9 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Квадратное поле огорожено дощатым забором, который сколочен из 10-метровых досок, расположенных горизонтально. Высота забора равна четырём доскам. Известно, что число досок в заборе равно площади поля, выраженной в гектарах (1 га = 10000 м²). Определите размеры поля.
7. Найдите все значения параметра a^3 , при которых строго между двумя корнями уравнения $ax^2 + x + 2a^2 = 0$ находится ровно один корень уравнения $ax^2 + 2x - 2a^2 = 0$ и строго между двумя корнями второго уравнения находится ровно один корень первого уравнения.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення технічних наук МАН

9 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. Квадратне поле огорожено дощатым забором, який сколочено з 10-метрових дощок, що розташовані горизонтально. Висота огорожі дорівнює чотирьом дошкам. Відомо, що число дощок у заборі дорівнює площі поля, яка виражена у гектарах (1 га = 10000 м²). Визначте розміри поля.
7. Знайдіть усі значення параметра a^3 , при яких строго між двома корнями рівняння $ax^2 + x + 2a^2 = 0$ міститься рівно один корінь рівняння $ax^2 + 2x - 2a^2 = 0$ і строго між двома корнями другого рівняння міститься рівно один корінь першого рівняння.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение технических наук МАН
10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

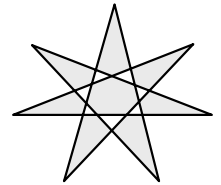
$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

- Найдите два таких простых числа, что их сумма, и их разность – тоже простые числа.
- Куб покрасили со всех сторон и распилили на равные кубики. Оказалось, что кубиков, у которых окрашена ровно одна грань, столько же, сколько неокрашенных кубиков. На сколько кубиков распилили куб?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

- Перед испытательным пуском одного из агрегатов строящейся гидроэлектростанции выяснилось, что на расстоянии S км выше плотины находится рыбацкая сеть. Скорость течения реки составляет v км/ч. Работники гидроэлектростанции решили отправиться туда на катере. Снятие сети займёт 5 минут. Какова должна быть собственная скорость катера, чтобы вся поездка (включая время, требуемое на снятие сети), заняла не более 45 минут?
- Найдите сумму острых углов при вершинах правильной семиугольной звезды (см. рис.). Чему равна сумма острых углов при вершинах правильной 2019-угольной звезды, построенной аналогичным способом?



На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення технічних наук МАН
10 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

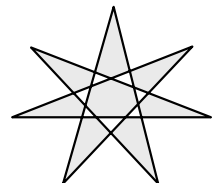
$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

- Знайдіть два простих числа, щоби їхня сума, та їхня різниця – теж були прості числа.
- Куб пофарбували з усіх боків і розпиляли на рівні кубики. Виявилось, що кубиків, у яких пофарбована рівно одна грань, стільки ж скільки не пофарбованих кубиків. На скільки кубиків розпиляли куб?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

- Перед випробувальним пуском одного з агрегатів гідроелектростанції, яка будується, з'ясувалось, що на відстані S км вище греблі знаходиться рибальська сітка. Швидкість течії річки v км/год. Робітники гідроелектростанції вирішили відправитись туди на катері. Зняття сітки займе 5 хвилин. Якою має бути власна швидкість катера, щоб уся поїздка (включаючи час необхідний для зняття сітки), зайняла не більше 45 хвилин?
- Знайдіть суму гострих кутів при вершинах правильної семикутної зірки (див. рис.). Чому дорівнює сума гострих кутів при вершинах правильної 2019-кутної зірки, яка побудована аналогічним чином?



На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение технических наук МАН

10 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На сторонах AB , BC и CA равнобедренного треугольника ABC с вершиной в точке B отметили точки M , D и N соответственно таким образом, что $AM = 2DC$ и $\angle AMD = \angle NDC$. Докажите, что $MD = ND$.
7. Найдите наименьшее значение функции, не применяя методы математического анализа (производную функции)

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(b-x)^2 + c^2}, \quad \text{где } a > 0, b > 0, c > 0.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення технічних наук МАН

10 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На сторонах AB , BC та CA рівнобедреного трикутника ABC з вершиною в точці B відмітили точки M , D та N відповідно таким чином, що $AM = 2DC$ та $\angle AMD = \angle NDC$. Доведіть, що $MD = ND$.
7. Знайдіть найменше значення функції, не застосовуючи методи математичного аналізу (похідну функції)

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(b-x)^2 + c^2}, \quad \text{де } a > 0, b > 0, c > 0.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение технических наук МАН
11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

2. Дети в садике за один день съедают столько же яблок, сколько и груш. Найти отношение количества мальчиков к количеству девочек в этом садике, если известно, что каждый мальчик съедает за день 3 яблока и 2 груши, а каждая девочка – 1 яблоко и 3 груши.
3. Представьте, что у вас есть почти идеальной формы арбуз. Как можно его разрезать на две равные по объёму части таким образом, чтобы после того, как его съедят, осталось 3 корки (подайте решение в виде рисунка с пояснением выполнения условия равенства объёмов двух частей)?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Как, имея под рукой только угольник (линейка из металла или дерева в форме прямоугольного треугольника) и чистый лист бумаги с заданной длиной единичного отрезка, построить отрезок длиной $\sqrt{7}$ (опишите ход построения)?
5. Через точку внутри треугольной пирамиды провели четыре различные плоскости, каждая из которых параллельна одной из граней пирамиды. На сколько частей эти плоскости разбивают пирамиду (ответ поясните)?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення технічних наук МАН
11 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

2. Діти у садочку за один день з'їдають стільки ж яблук, скільки і груш. Знайти відношення кількості хлопчиків до кількості дівчат у цьому садочку, якщо відомо, що кожен хлопчик з'їдає за день 3 яблука і 2 груши, а кожна дівчинка – 1 яблуко і 3 груши.
3. Уявіть, що у вас є майже ідеальної форми кавун. Як можна його розрізати на дві рівні за об'ємом частини таким чином, щоб після того, як його з'їдять, залишилось 3 корки (подайте розв'язання у вигляді рисунка з поясненням виконання умови рівності об'ємів двох частин)?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Як, маючи тільки косинець (лінійка з металу або дерева у формі прямокутного трикутника) і чистий аркуш паперу із заданою довжиною одиничного відрізка, побудувати відрізок довжиною $\sqrt{7}$ (опишіть хід побудови)?
5. Через точку всередині трикутної піраміди провели чотири різні площини, кожна з яких паралельна одній з граней піраміди. На скільки частин ці площини розбивають піраміду (відповідь поясніть)?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение технических наук МАН
11 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На сторонах AD и BC прямоугольника $ABCD$ выбраны точки M , N и P , Q соответственно таким образом, что $AM = MN = ND = BP = PQ = QC$. На отрезке QC выбрана точка X , отличная от концов отрезка. Докажите, что периметр $\triangle ANX$ больше периметра $\triangle MDX$.
7. При каких значениях параметра a уравнение имеет один корень:

$$\log_2(\sqrt{2x^2 + 2y^2 - z + 1}) + |\arcsin(3x + 3y - z - a)| = 0?$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення технічних наук МАН
11 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На сторонах AD та BC прямокутника $ABCD$ вибрано точки M , N та P , Q відповідно таким чином, що $AM = MN = ND = BP = PQ = QC$. На відрітку QC вибрана точка X , відмінна від кінців відрітку. Доведіть, що периметр $\triangle ANX$ більше від периметра $\triangle MDX$.
7. При яких значеннях параметра a рівняння має один корінь:

$$\log_2(\sqrt{2x^2 + 2y^2 - z + 1}) + |\arcsin(3x + 3y - z - a)| = 0?$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)

Отделение компьютерных наук МАН

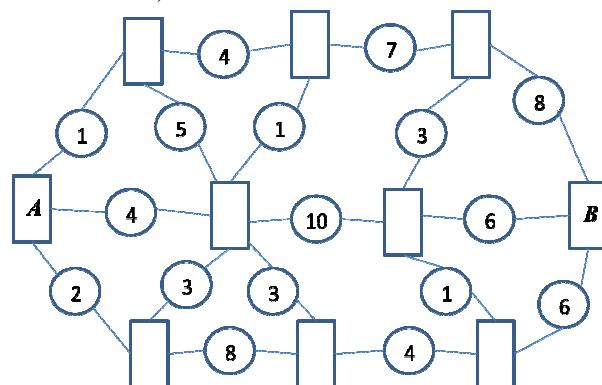
9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение: если в записи содержится
пар скобок.
2. Петя написал на доске пример на умножение двузначных чисел, а затем стёр все цифры и заменил их буквами. Получилось равенство: Докажите, что он ошибся.
3. Можно ли на листочке в клеточку с помощью линейки без делений, которой можно проводить только прямую линию между двумя узлами (вершинами клеток), нарисовать квадрат, который имеет площадь $\sqrt{2}$ клеточек (ответ обоснуйте)?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Десять городов соединены дорогами. Стоимость проезда между ними указана на рисунке. За какую минимальную сумму можно доехать из A в B (ответ обоснуйте)?
5. В лесу все деревья выше $\sqrt{2}$ и ниже $\sqrt{2}$ метров, а расстояние между любыми двумя деревьями не больше разности их высот. Докажите, что этот лес можно окружить забором длины $2\sqrt{2}$ метров.



На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)

Відділення комп'ютерних наук МАН

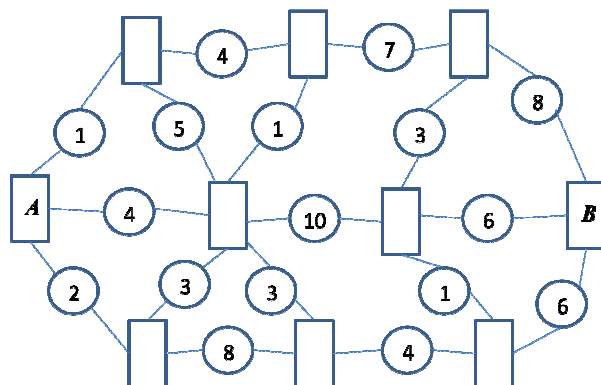
9 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння: якщо у запису міститься
пар дужок.
2. Петрик написав на дошці приклад на добуток двозначних чисел, а потім витер усі цифри і замінив їх літерами. Вийшла рівність: Доведіть, що він помилився.
3. Чи можна на папері в клітиночку за допомогою лінійки без поділок, якою можна проводити тільки пряму лінію між двома вузлами (вершинами клітинок), намалювати квадрат, що має площу $\sqrt{2}$ клітинок (відповідь обґрунтуйте)?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Десять міст з'єднані дорогами. Вартість проїзду між ними надається на рисунку. За яку мінімальну суму можна доїхати з A у B (відповідь обґрунтуйте)?
5. У лісі всі дерева вище $\sqrt{2}$ і нижче $\sqrt{2}$ метрів, а відстань між будь-якими двома деревами не більша за різницю їх висот. Доведіть, що цей ліс можна огородити парканом довжини $2\sqrt{2}$ метрів.



На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение компьютерных наук МАН
9 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Квадратное поле огорожено дощатым забором, который сколочен из 10-метровых досок, расположенных горизонтально. Высота забора равна четырём доскам. Известно, что число досок в заборе равно площади поля, выраженной в гектарах (1 га = 10000 м²). Определите размеры поля.
7. Найдите все значения параметра a^3 , при которых строго между двумя корнями уравнения $ax^2 + x + 2a^2 = 0$ находится ровно один корень уравнения $ax^2 + 2x - 2a^2 = 0$ и строго между двумя корнями второго уравнения находится ровно один корень первого уравнения.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення комп'ютерних наук МАН
9 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. Квадратне поле огорожено дощатым забором, який сколочено з 10-метрових дощок, що розташовані горизонтально. Висота огорожі дорівнює чотирьом дошкам. Відомо, що число дощок у заборі дорівнює площі поля, яка виражена у гектарах (1 га = 10000 м²). Визначте розміри поля.
7. Знайдіть усі значення параметра a^3 , при яких строго між двома коренями рівняння $ax^2 + x + 2a^2 = 0$ міститься рівно один корінь рівняння $ax^2 + 2x - 2a^2 = 0$ і строго між двома коренями другого рівняння міститься рівно один корінь першого рівняння.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение компьютерных наук МАН
10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

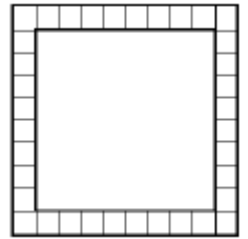
если в записи содержится 2019 пар скобок.

2. Найдите два таких простых числа, что их сумма, и их разность – тоже простые числа.
3. Куб покрасили со всех сторон и распилили на равные кубики. Оказалось, что кубиков, у которых окрашена ровно одна грань, столько же, сколько неокрашенных кубиков. На сколько кубиков распилили куб?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. При каких значениях параметра k четыре точки $A(0; k)$, $B(1; 2 - k)$, $C(2; k)$, $D(k; 7k - 6)$ различны и лежат на графике квадратного трёхчлена?

5. Дана клетчатая рамка 10×10 толщиной в одну клетку (см. рис.). Её разрезали на части и сложили из них квадрат 6×6 . Среди частей нет равных. Каково наибольшее число частей (ответ обоснуйте)?



На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення комп'ютерних наук МАН
10 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

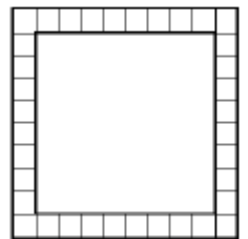
якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

2. Знайдіть два простих числа, щоби їхня сума, та їхня різниця – теж були прості числа.
3. Куб пофарбували з усіх боків і розпиляли на рівні кубики. Виявилось, що кубиків, у яких пофарбована рівно одна грань, стільки ж скільки не пофарбованих кубиків. На скільки кубиків розпиляли куб?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. За яких значень параметра k чотири точки $A(0; k)$, $B(1; 2 - k)$, $C(2; k)$, $D(k; 7k - 6)$ є різними і лежать на графіку квадратного тричлена?

5. Дана клітчаста рамка 10×10 товщиною в одну клітинку (див. рис.). Її розрізали на частини і склали з них квадрат 6×6 . Серед частин немає рівних. Яка найбільша кількість частин (відповідь обґрунтуйте)?



На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение компьютерных наук МАН
10 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На сторонах AB , BC и CA равнобедренного треугольника ABC с вершиной в точке B отметили точки M , D и N соответственно таким образом, что $AM = 2DC$ и $\angle AMD = \angle NDC$. Докажите, что $MD = ND$.
7. Найдите наименьшее значение функции, не применяя методы математического анализа (производную функции)

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(b-x)^2 + c^2}, \quad \text{где } a > 0, b > 0, c > 0.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення комп'ютерних наук МАН
10 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На сторонах AB , BC та CA рівнобедреного трикутника ABC з вершиною в точці B відмітили точки M , D та N відповідно таким чином, що $AM = 2DC$ та $\angle AMD = \angle NDC$. Доведіть, що $MD = ND$.
7. Знайдіть найменше значення функції, не застосовуючи методи математичного аналізу (похідну функції)

$$f(x) = \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{(b-x)^2 + c^2}, \quad \text{де } a > 0, b > 0, c > 0.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение компьютерных наук МАН
11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Решите уравнение:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

если в записи содержится 2019 пар скобок.

2. Дети в садике за один день съедают столько же яблок, сколько и груш. Найти отношение количества мальчиков к количеству девочек в этом садике, если известно, что каждый мальчик съедает за день 3 яблока и 2 груши, а каждая девочка – 1 яблоко и 3 груши.
3. Представьте, что у вас есть почти идеальной формы арбуз. Как можно его разрезать на две равные по объёму части таким образом, чтобы после того, как его съедят, осталось 3 корки (подайте решение в виде рисунка с пояснением выполнения условия равенства объёмов двух частей)?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Найдите функцию $f(x)$, которая удовлетворяет соотношению

$$f(x) = x^2 + \int_0^x t \cdot f(t) dt.$$

5. С помощью трёх пятаков найдите центр окружности, диаметр которой равен диаметру пятака. Разрешается прикладывать пятак к двум имеющимся точкам или один пятак к двум другим и обводить его карандашом (на рисунке опишите ход построения и приведите доказательство того, что построенная точка действительно является искомой).

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення комп'ютерних наук МАН
11 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Розв'яжіть рівняння:

$$x - (x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1,$$

якщо у запису міститься 2019 пар дужок.

2. Діти у садочку за один день з'їдають стільки ж яблук, скільки і груш. Знайти відношення кількості хлопчиків до кількості дівчат у цьому садочку, якщо відомо, що кожен хлопчик з'їдає за день 3 яблука і 2 груши, а кожна дівчинка – 1 яблуко і 3 груши.
3. Уявіть, що у вас є майже ідеальної форми кавун. Як можна його розрізати на дві рівні за об'ємом частини таким чином, щоб після того, як його з'їдять, залишилось 3 корки (подайте розв'язання у вигляді рисунка з поясненням виконання умови рівності об'ємів двох частин)?

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Знайдіть функцію $f(x)$, яка задовольняє рівність

$$f(x) = x^2 + \int_0^x t \cdot f(t) dt.$$

5. За допомогою трьох п'ятаків знайдіть центр кола, діаметр якого дорівнює діаметру п'ятака. Дозволяється прикладати п'ятак до двох наявних точок або один п'ятак до двох інших та обводити його олівцем (на рисунку опишіть хід побудови і наведіть доведення того, що побудована точка є дійсно шуканою).

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2019 год)
Отделение компьютерных наук МАН
11 класс

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На сторонах AD и BC прямоугольника $ABCD$ выбраны точки M , N и P , Q соответственно таким образом, что $AM = MN = ND = BP = PQ = QC$. На отрезке QC выбрана точка X , отличная от концов отрезка. Докажите, что периметр $\triangle ANX$ больше периметра $\triangle MDX$.
7. При каких значениях параметра a уравнение имеет один корень:

$$\log_2(\sqrt{2x^2 + 2y^2 - z + 1}) + |\arcsin(3x + 3y - z - a)| = 0 ?$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2019 рік)
Відділення комп'ютерних наук МАН
11 клас

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На сторонах AD та BC прямокутника $ABCD$ вибрано точки M , N та P , Q відповідно таким чином, що $AM = MN = ND = BP = PQ = QC$. На відрітку QC вибрана точка X , відмінна від кінців відрітку. Доведіть, що периметр $\triangle ANX$ більше від периметра $\triangle MDX$.
7. При яких значеннях параметра a рівняння має один корінь:

$$\log_2(\sqrt{2x^2 + 2y^2 - z + 1}) + |\arcsin(3x + 3y - z - a)| = 0 ?$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.